

# Produktion und Logistik: Transport-, Rundreise- und Tourenplanung

Business4School

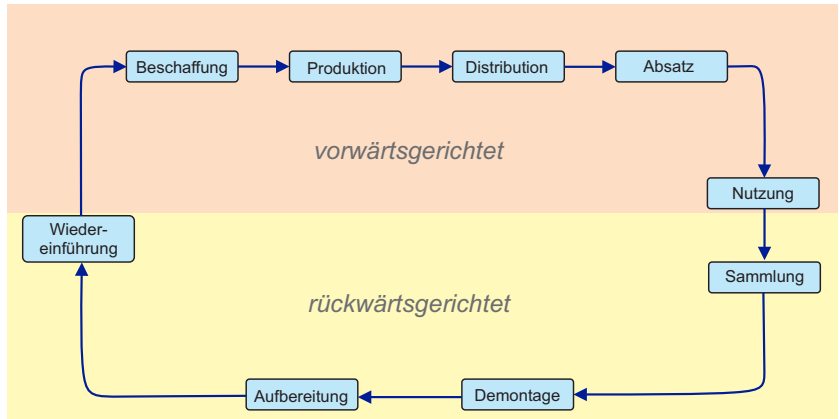
Prof. Dr. Julia Rieck

Institut für Betriebswirtschaft und Wirtschaftsinformatik  
Abteilung Betriebswirtschaft und Operations Research

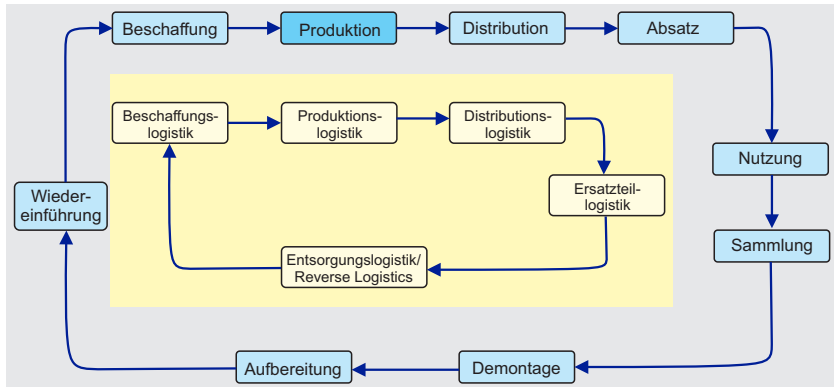
1. Wertschöpfungsprozess und Planungsprobleme
2. Transportplanung
  - Unkapazitiertes klassisches Transportproblem
  - Mathematische Modellformulierung
  - Lösungsansatz
3. Rundreiseplanung
  - Problem des Handlungsreisenden
  - Lösungsansatz
4. Tourenplanung
  - Klassisches Problem der Tourenplanung
  - Lösungsansatz

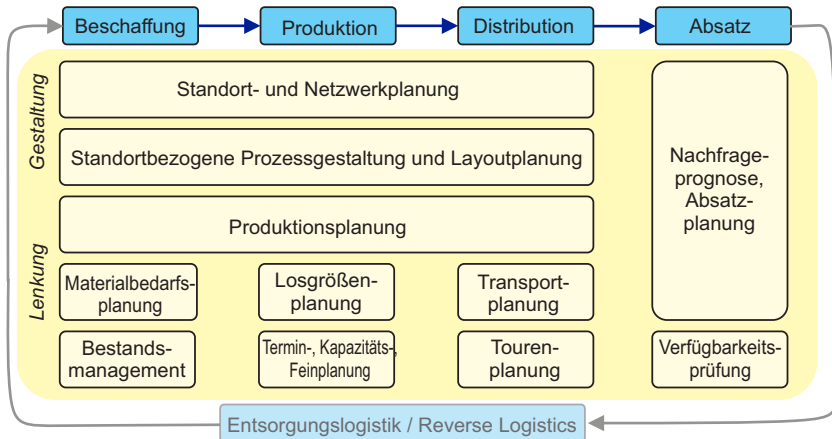
# 1. Wertschöpfungsprozess

Wertschöpfungsprozess mit betrieblichen Funktionsbereichen sowie dem vorwärts- und rückwärtsgerichteten Güterstrom



- Produktion: betrieblicher (Basis-)Funktionsbereich, Entscheidungen haben Auswirkungen auf alle anderen Funktionsbereiche
- Logistik: betriebliche Querschnittsfunktion, besitzt einen direkten Bezug zu den betrieblichen Funktionsbereichen

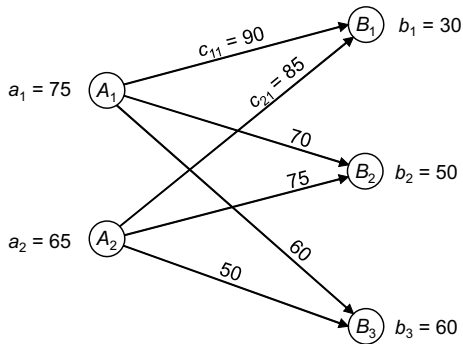




Wie können Transporte von Produktionsstätten bzw. von Lagerstandorten zum Handel durchgeführt werden?

- (a) Beachtung eines Auslieferungsproduktes
- (b) Bestimmung von kürzesten bzw. kostengünstigen Transportwegen von Anbietern zu Nachfragern
- (c) Finden eines kostenminimalen Plans für den Transport von Anbietern zu Nachfragern zur Deckung des Bedarfs

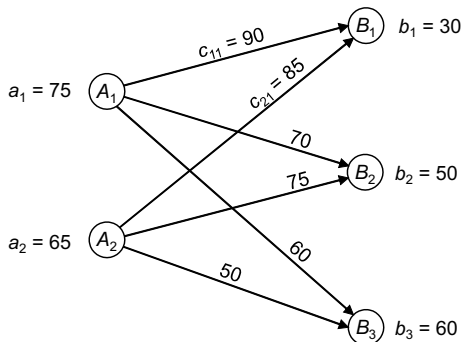
# Unkapazitiertes klassisches Transportproblem (1/2)



$$c = \begin{pmatrix} 90 & 70 & 60 \\ 85 & 75 & 50 \end{pmatrix}$$

Variable  $x_{ij} \geq 0$ :

Menge, die von Anbieter  $i$  zu Nachfrager  $j$  befördert wird



Bedingungen:

(1)  $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 75$

(2)  $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 65$

(3)  $x_{11} + x_{21} = 30$

(4)  $x_{12} + x_{22} = 50$

(5)  $x_{13} + x_{23} = 60$

Zielfunktion:

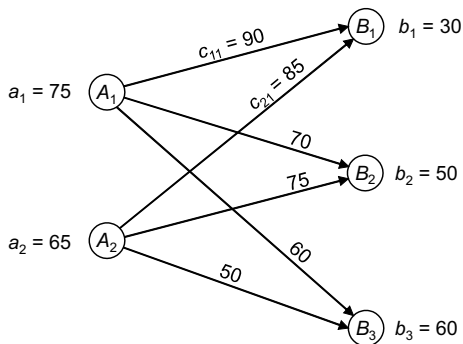
$$90x_{11} + 70x_{12} + 60x_{13} + 85x_{21} + 75x_{22} + 50x_{23} \rightarrow \text{Min}$$



Lösung in zwei Stufen:

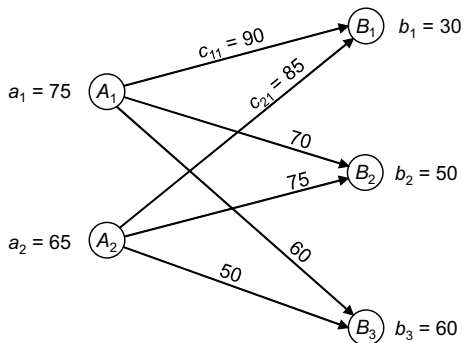
- (1) Eröffnungsverfahren zur Bestimmung einer zulässigen Startlösung
- (2) Verbesserung der Startlösung bis zur Optimalität

Schritt (1): z.B. Anwendung der sogenannten Nord-West-Ecken-Regel



- Umsortierung der Mengen, so dass der Zielfunktionswert kleiner wird
- Suche nach elementaren Kreisen

Schritt (2): Anwendung der sogenannten MODI-Methode



Wie können Transporte von Lagerstandorten zum Kunden durchgeführt werden?

- (a) Beachtung eines Auslieferungsproduktes
- (b) Kein direkter Transport, sondern Transporte in Rundreisen oder Touren
- (c) Beachtung von Bündelungen, d.h. Ermittlung von Kunden die gemeinsam auf einer Tour bedient werden
- (d) Bestimmung von Belieferreihenfolgen

- Das Rundreiseproblem wird in der Literatur auch als Travelling-Salesman-Problem (TSP) bezeichnet
- Problemstellung: Ein Handlungsreisender möchte eine Anzahl Kunden besuchen und danach an seinen Ausgangsort zurückkehren
- Fragen: In welcher Reihenfolge soll er die Kunden besuchen, damit er dabei in Summe die geringste Entfernung zurücklegt/die geringsten Kosten erzeugt?
- Die Schwierigkeit entsteht durch die kombinatorische Vielfalt: bei  $n$  Kunden (Orten, Städten) existieren  $(n - 1)!$  verschiedene Rundreisen

Gegeben sei eine vollständige Entfernungsmatrix  $C = (c_{ij})$  mit den Kosten (Entfernung, Fahrzeiten, ...) zwischen den Orten  $1, \dots, n$

## Anmerkungen:

- Entfernungsmatrix lässt sich als vollständiger Graph darstellen
- Ist die Matrix (bzw. der Graph) nicht vollständig, so lassen sich fehlende Einträge bzw. Pfeile explizit oder implizit ergänzen

- Von griechisch heuriskein = finden, entdecken
- Zielgerichtet, sinnvoll vorgehendes Lösungsverfahren, welches nicht notwendigerweise die optimale Lösung liefert
- Geliefert wird stattdessen eine suboptimale Lösung, d.h. die beste Lösung aus dem von der Heuristik durchsuchten Teilbereich des Lösungsraums
- Einsatz oft bei Problemen, deren Komplexität die Berechnung einer optimalen Lösung unpraktikabel macht

## Heuristische Lösung in zwei Stufen

- (1) Eröffnungsheuristiken liefern zulässige, suboptimale Startlösungen
- (2) Durch Verbesserungsverfahren lassen sich suboptimale Lösungen verbessern

## Gegeben:

Ein bewerteter Graph  $G = (V, E, c)$  mit  $n$  Knoten, Kostenmatrix  $C = (c_{ij})$  sowie ein Startknoten  $a$

## Initialisierung:

Setze:  $t_1 := a$ , den Weg  $w := [t_1]$  und die Länge der Rundreise auf  $\pi := 0$

## Iterationen:

**for**  $j = 2, \dots, n$  **do**

Suche einen Knoten  $t_j$  mit

$$c_{t_{j-1}t_j} = \min \{c_{t_{j-1}t_i} \mid i \notin \{1, \dots, j-1\}\}$$

Füge  $t_j$  durch Anhängen zum Weg  $w$  hinzu, d.h.  $w := [t_1, t_2, \dots, t_j]$

Setze:  $\pi := \pi + c_{t_{j-1}t_j}$

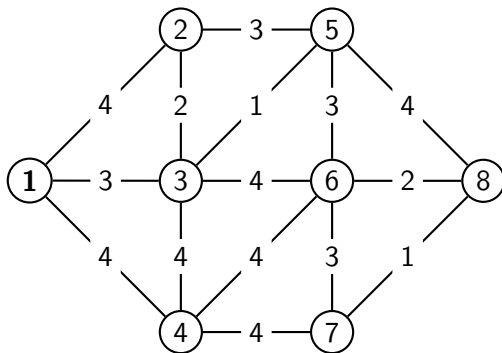
**end for**

Um eine geschlossene Rundreise zu erzeugen, füge  $t_1$  an den Weg  $w$  an, also  $w := [t_1, t_2, \dots, t_n, t_1]$  und setze  $\pi := \pi + c_{t_n t_1}$

**Ergebnis:** Rundreise  $w$  mit Länge  $\pi$



- Rundreise ab Knoten 1

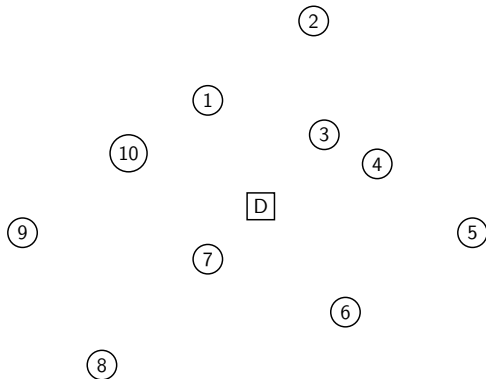


- Variante:  
Bei Mehrdeutigkeit wähle Knoten mit **kleinstem** Index  
Weg = [1,3,5,2,4,6,8,7,1]; Länge  $\pi = 28$  LE

- Anwendung einer weiteren Heuristik
- In jedem Schritt werden zwei Kanten aus der aktuellen Rundreise entfernt und zwei andere Kanten aufgenommen
- Durchführung eines zweier Tausches (2-opt Verfahren)

- Das Tourenplanungsproblem wird in der Literatur auch als Vehicle Routing Problem (VRP) bezeichnet
- Teil der Distributionslogistik: Physischer Transport von Waren von einem Lager (Depot) zu Kunden
- Kunden haben größere Bedarfsmengen
- Fahrzeuge haben eine begrenzte Kapazität, die nicht überschritten werden darf.
- Gesucht: Tourenplan (Menge von Touren) zur Belieferung aller Kunden mit
  - Einhaltung der Kapazitätsrestriktionen
  - minimalen Gesamttransportkosten

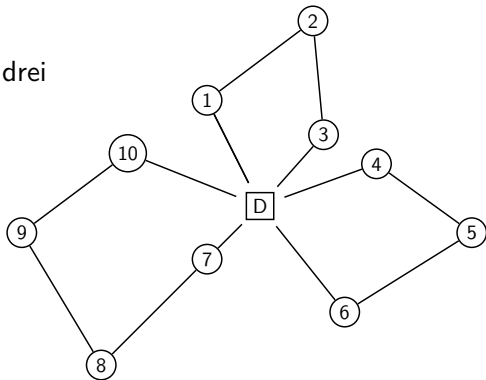
Knoten D sei das Depot



Hier:

Lösung durch Tourenplan mit drei  
Touren

- [D,1,2,3,D],
- [D,4,5,6,D] und
- [D,7,8,9,10,D]



- Innerhalb einer Periode sind  $n$  Kunden (Knoten  $1, \dots, n$ ) von einem Depot (Knoten  $0$ ) aus mit beliebig vielen, gleichartigen Fahrzeugen zu bedienen
- Entfernungen der Kunden vom Depot und untereinander sind bekannt und in einer symmetrischen Distanzmatrix  $D = (d_{ij}), i, j = 0, \dots, n$  abgelegt
- Der Bedarf  $b_i$  des Kunden  $i$  ist durch eine Bedienung zu decken;  $b_0 = 0$
- Für die Fahrzeuge gibt es eine Kapazitätsbeschränkung von  $Q$  ME

**Gesucht:** Tourenplan mit minimaler Gesamtstreckenlänge / Gesamtfahrzeit

## Das Savings-Verfahren ...

- ist eine Heuristik zur Lösung von VRPs
- beginnt mit Einzelfahrten zu jedem Kunden (Pendeltouren)
- Legt dann iterativ Touren zusammen, wenn sich dadurch eine Verkürzung der Gesamtfahrzeit (Saving) ergibt

# Algorithmus: Savings-Verfahren

**Gegeben:** VRP mit (bekannten) Parametern, d.h. Depot mit Index 0, Kunden  $i = 1, \dots, n$ , symmetrische Entfernungsmatrix  $D = (d_{ij})$ , Bedarfe  $b_i$  der Kunden  $i = 1, \dots, n$  mit  $b_0 = 0$ , Fahrzeugkapazität  $Q$  ME

## Initialisierung:

Richte Pendeltour für jeden Kunden ein, d.h.  $[0, i, 0]$  für alle  $i = 1, \dots, n$

```

for  $i = 1, \dots, n$  do                                * Berechne die Savingswerte *
    for  $j = 1, \dots, n$  do
         $s_{ij} := d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$ 
    end for
end for

```

Sortiere die Liste der Savings nach nicht-wachsenden Werten

## Iterationen:

### Repeat

Entnehme das erste Element  $s_{hk}$  aus der Saving-Liste

**if**  $h$  und  $k$  Endkunden zweier verschiedener Touren sind und die Vereinigung der Touren verletzt **keine NB** **then**

Vereinige die beiden Touren

**end if**

**until** Savings-Liste leer

**Ergebnis:** Suboptimaler Tourenplan



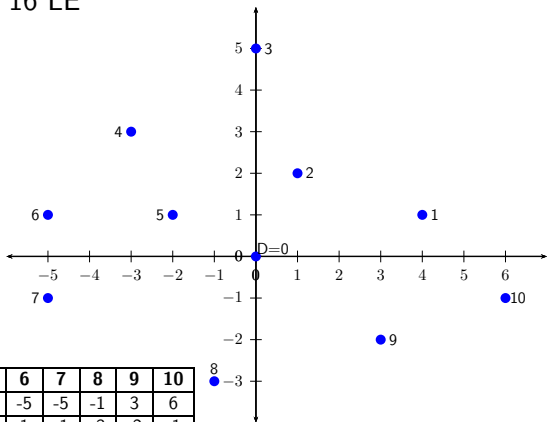
# Beispiel zum Savings-Verfahren (1/2)

Gegeben: Depot bei (0,0) und 10 Kunden

Bedarf pro Kunde: 1 ME

Kapazität pro Fahrzeug: 4 ME

Maximale Routenlänge: 16 LE



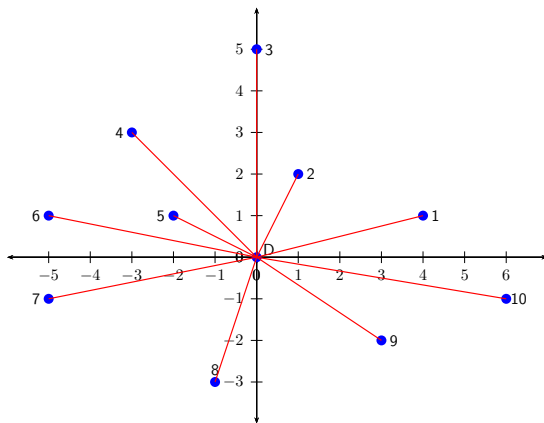
$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_i$	0	4	1	0	-3	-2	-5	-5	-1	3	6
$y_i$	0	1	2	5	3	1	1	-1	-3	-2	-1

Berechnung der symmetrischen Entfernungsmatrix:

$d_{ij}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,0	4,1	2,2	5,0	4,2	2,2	5,1	5,1	3,2	3,6	6,1
1	4,1	0,0	3,2	5,7	7,3	6,0	9,0	9,2	6,4	3,2	2,8
2	2,2	3,2	0,0	3,2	4,1	3,2	6,1	6,7	5,4	4,5	5,8
3	5,0	5,7	3,2	0,0	3,6	4,5	6,4	7,8	8,1	7,6	8,5
4	4,2	7,3	4,1	3,6	0,0	2,2	2,8	4,5	6,3	7,8	9,8
5	2,2	6,0	3,2	4,5	2,2	0,0	3,0	3,6	4,1	5,8	8,2
6	5,1	9,0	6,1	6,4	2,8	3,0	0,0	2,0	5,7	8,5	11,2
7	5,1	9,2	6,7	7,8	4,5	3,6	2,0	0,0	4,5	8,1	11,0
8	3,2	6,4	5,4	8,1	6,3	4,1	5,7	4,5	0,0	4,1	7,3
9	3,6	3,2	4,5	7,6	7,8	5,8	8,5	8,1	4,1	0,0	3,2
10	6,1	2,8	5,8	8,5	9,8	8,2	11,2	11,0	7,3	3,2	0,0

## Initialisierung:

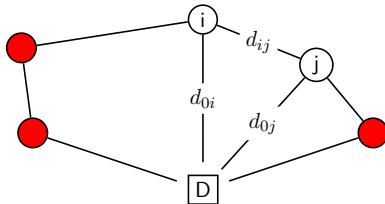
Verfahren beginnt mit Pendeltouren für jeden Kunden



# Initialisierung: Savings-Verfahren (2/3)

Berechnung der Savingswerte:

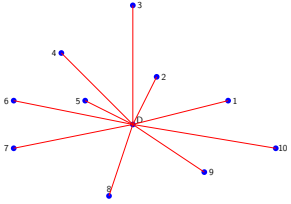
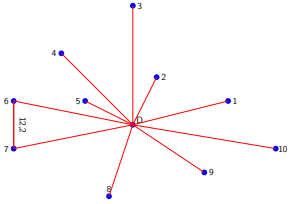
- Für je zwei Kunden  $i, j$ , mit  $i < j$ , wird die Einsparung (= Saving) berechnet, die sich aus der Zusammenlegung derjenigen Routen ergibt, deren Endkunden  $i$  und  $j$  sind
- $s_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$



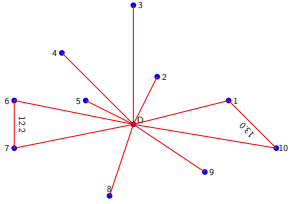
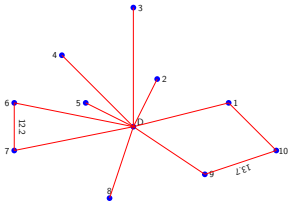
Berechnung der Savings-Matrix:

$s_{ij}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3,2	3,5	1,1	0,4	0,2	0,0	0,9	4,6	7,4
2		4,1	2,4	1,3	1,3	0,6	0,0	1,4	2,5
3			5,6	2,8	3,7	2,3	0,1	1,0	2,6
4				4,2	6,5	4,9	1,1	0,0	0,5
5					4,3	3,7	1,3	0,0	0,1
6						8,2	2,6	0,2	0,0
7							3,8	0,6	0,2
8								2,0	2,0
9									6,5

# Iterationen: Savings-Verfahren (1/5)

Inter	$i$	$j$	$s_{ij}$	Tourenplan	Gesamtdistanz
					81,6
1	6	7	8,20		73,4

# Iterationen: Savings-Verfahren (2/5)

Iter	$i$	$j$	$s_{ij}$	Tourenplan	Gesamtdistanz
2	1	10	7,4		66,0
3	9	10	6,53		59,5

# Iterationen: Savings-Verfahren (3/5)

Inter	$i$	$j$	$s_{ij}$	Tourenplan	Gesamtdistanz
4	4	6	6,51		53,0
5	3	4	5,64	Distanzüberschreitung	
6	4	7	4,87	4 und 7 sind bereits auf einer Tour	
7	1	9	4,57	1 und 9 sind bereits auf einer Tour	
8	5	6	4,34	6 ist kein Endkunde	



# Iterationen: Savings-Verfahren (4/5)

Inter	$i$	$j$	$s_{ij}$	Tourenplan	Gesamtdistanz
9	4	5	4,24		48,8
10	2	3	4,07		44,8

Iter	$i$	$j$	$s_{ij}$	Tourenplan	Gesamtdistanz
11	7	8	3,79	Distanzüberschreitung	
12	5	7	3,73	5 und 7 sind bereits auf einer Tour	
13	3	6	3,70	6 ist kein Endkunde	
14	1	3	3,47	Distanzüberschreitung	
15	1	2	3,20	<i>(keine weiteren Veränderungen mehr)</i>	

Weitere mögliche Zielsetzungen:

- Möglichst geringe Summe der Fahrtzeiten
- Möglichst geringe Anzahl Fahrzeuge
  - Anzahl Touren
  - möglichst gute Auslastung
- Berücksichtigung von Kundenzeitfenstern
- Beachtung von heterogenen Fahrzeugen
- Bei den Kunden kann eingesammelt und/oder ausgeliefert werden

# Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

